

Алгоритм цифрового сглаживания поверхности

Предлагается алгоритм оптимального сглаживания поверхности. Критерием оптимальности выбран минимум взвешенных сумм: суммы квадратов отклонений координат исходной поверхности от сглаженной поверхности и суммы квадратов вторых разностей координат сглаженной поверхности

На рисунке (Рис. 1) приведен типичный пример оптимального сглаживания поверхности.

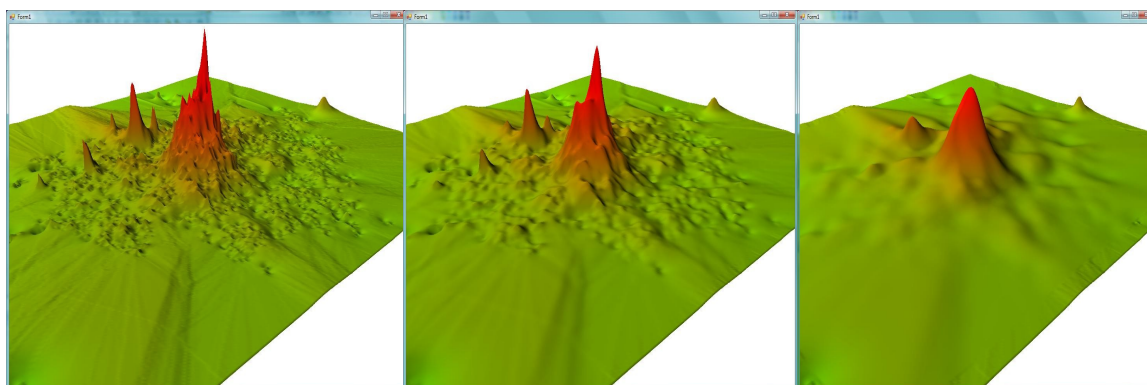


Рис. 1

Слева изображена исходная поверхность. В середине - результат сглаживания этой поверхности. Справа результат работы с большей степенью сглаживания.

В работе поставлена задача оптимального сглаживания поверхности по способу наименьших квадратов. Получены численные значения матрицы системы нормальных уравнений. Произведен анализ структуры обратной матрицы системы нормальных уравнений. Благодаря регулярности этой структуры оказалось, что каждое значение сглаженной поверхности можно получить как взвешенную сумму определенного числа элементов исходной поверхности. Показано, что количество элементов этой суммы зависит только от желаемой степени сглаживания и не зависит от величины исходной поверхности. В результате работы, предложен алгоритм быстрого сглаживания поверхности, скорость работы которого зависит от количества элементов исходной поверхности линейно.

Алгоритмы цифровой обработки данных находят широкое применение в электронике и все шире применяются в радиоизмерительной технике. В качестве алгоритмов наиболее часто используются сглаживающие сплайны, функции Безье и В-сплайны. Практическая реализация этих методов приводит к алгоритмам, требующим значительного времени вычислений и большого объема памяти компьютера. Выбор критерия оптимальности, близкого к критерию сглаживающего кубического сплайна позволил получить качество сглаживания не худшее, чем при сглаживании кубическим сплайном, а использование аппарата конечных разностей привело к значительному упрощению алгоритмов сглаживания.

Исходная поверхность определена в узлах прямоугольной сетки с равномерным шагом. Каждый узел имеет единственное значение

$$f(x, y).$$

Расположение узла на сетке определяется двумя индексами:

$$i=1 \dots m, j=1 \dots n.$$

Величины m и n – количество узлов прямоугольной сетки в направлениях x и y соответственно. Поверхность является двумерным массивом.

Для дальнейшего изложения понадобится представление поверхностей в виде вектора в форме одномерного массива. Для этого узлы прямоугольной сетки будут перенумерованы по строкам в порядке их следования. Каждой паре индексов будет соответствовать один индекс — порядковый номер узла сетки.

$$l=(i-1)m+j.$$

Требуется определить на той же сетке другую поверхность $g_{i,j}=g(x_i, y_j)$, которая будет называться сглаженной. Сглаженная поверхность должна быть достаточно гладкой и находиться достаточно близко к исходной поверхности. Близость между этими поверхностями можно оценить разностями между значениями поверхностей в узлах сетки:

$$d_{i,j}=f(x_i, y_j)-g(x_i, y_j)$$

Гладкость сглаженной поверхности будет оцениваться вторыми разностями в узлах сетки.

Первые и вторые разности в направлении x поверхности $g_{i,j}$ будут иметь вид

$$\begin{aligned} r_{i,j} &= g_{i+1,j} - g_{i,j}, \\ \delta_{i,j} &= r_{i+1,j} - r_{i,j} = g_{i+2,j} - 2g_{i+1,j} + g_{i,j}, \\ i &= m-2, j=n. \end{aligned} \quad (1)$$

В направлении y

$$\begin{aligned} r_{i,j} &= g_{i,j+1} - g_{i,j}, \\ \eta_{i,j} &= r_{i,j+1} - r_{i,j} = g_{i,j+2} - 2g_{i,j+1} + g_{i,j}, \\ i &= 1 \dots m, j=1 \dots n-2. \end{aligned} \quad (2)$$

Чем меньше вторые разности $\delta_{i,j}$ и $\eta_{i,j}$ тем более гладкой будет поверхность $g_{i,j}$.

Чтобы обеспечить требуемую гладкость сглаженной поверхности и достаточную близость сглаженной поверхности к исходной поверхности разумно искать такую поверхность, которая минимизирует функционал

$$J = \rho \sum d_{i,j}^2 + \sum \delta_{k,j}^2 + \sum \eta_{i,l}^2.$$

Суммирование производится для переменной $d_{i,j}$ по всем узлам сетки

$$i=1 \dots m, j=1 \dots n,$$

для переменной $\delta_{k,j}$ по всем узлам сетки, исключая два ряда узлов в направлении x

$$k=1 \dots m-2,$$

для переменной $\eta_{i,l}$ по всем узлам сетки, исключая два ряда узлов в направлении y

$$l=1 \dots n-2.$$

Требования гладкости и близости вообще говоря, противоречивы. Увеличивая гладкость можно уменьшить близость. Для разрешения этого противоречия введен коэффициент ρ .

От выбора коэффициента ρ существенно зависит поведение поверхности $g_{i,j}$. При больших значениях ρ сглаженная поверхность проходит близко к исходной функции, а при малых значениях становится более гладкой, однако больше от нее отклоняется. Чем больше значение ρ , тем меньше гладкость сглаженной поверхности, тем больше ее негладкость, шероховатость.

После подстановки в функционал формул (1) и (2), функционал примет вид:

$$J = \rho \sum (f_{i,j} - g_{i,j})^2 + \sum (g_{k+2,j} - 2g_{k+1,j} + g_{k,j})^2 + \sum (g_{j,l+2} - 2g_{j,l+1} + g_{j,l})^2$$

$$i = 1 \dots m \quad j = 1 \dots n, \quad (k = 1 \dots m-2) \dots (l = 1 \dots n-2).$$

Произведя обычные выкладки для получения необходимых условий минимума этого функционала по способу наименьших квадратов, можно получить систему нормальных уравнений. Для этого в каждом узле прямоугольной сетки вычисляются частные производные от функционала по переменным и $g_{i,j}$ приравниваются к нулю. Эти выкладки трудоемки и скучноваты. Зато их результат — красивая матрица системы нормальных уравнений.

После вывода системы нормальных уравнений легко выполнить проверку их правильности. Для этого следует решить эту систему нормальных уравнений, выбрав в качестве исходной поверхности плоскость. Если вывод системы нормальных уравнений сделан без ошибок, решением системы окажется исходная плоскость.

Система нормальных уравнений традиционно записывается в матричной форме

$$Ag = f, \quad (3)$$

где A — матрица, g и f — векторы. Подставив в правую часть уравнения (3) вектор f , которому соответствует исходная поверхность, после решения уравнения (3), можно получить искомую сглаженную поверхность g .

Матрица нормальных уравнений имеет следующий вид:

$$A = \rho I + B,$$

где I — единичная матрица, ρ — коэффициент шероховатости, а матрица B — пятидиагональная блочная матрица.

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 & B_3 & & & \dots \\ B_2 & B_4 & B_5 & B_3 & & \dots \\ B_3 & B_5 & B_4 & B_5 & B_3 & \dots \\ & B_3 & B_5 & B_4 & B_5 & \dots \\ & & B_3 & B_5 & B_4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \\ & & & & & \dots & B_4 & B_5 & B_3 \\ & & & & & \dots & B_5 & B_4 & B_5 & B_3 \\ & & & & & \dots & B_3 & B_5 & B_4 & B_5 & B_3 \\ & & & & & \dots & & B_3 & B_5 & B_4 & B_2 \\ & & & & & \dots & & & B_3 & B_2 & B_1 \end{bmatrix}$$

Матрица B содержит m^2 блоков, каждый из которых содержит n^2 элементов. Вместо блоков, содержащих одни нули вставлены пробелы.

$$B_1 = \begin{bmatrix} 12 & -10 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -10 & 24 & -12 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -12 & 24 & -12 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -12 & 24 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 24 & -12 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -12 & 24 & -12 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & -12 & 24 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 & -10 & 12 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -10 & 4 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -14 & 4 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -14 & 4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -14 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -14 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 4 & -14 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 4 & -14 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 4 & -10 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 24 & -14 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -14 & 40 & -16 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -16 & 40 & -16 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -16 & 40 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 40 & -16 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -16 & 40 & -16 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & -16 & 40 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 & -14 & 24 \end{bmatrix}$$

$$B_5 = \begin{bmatrix} -12 & 4 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -16 & 4 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -16 & 4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -16 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -16 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 4 & -16 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 4 & -16 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 4 & -12 \end{bmatrix}$$

Имея численные значения матрицы можно считать, что алгоритм оптимального сглаживания поверхности получен.

Получена система нормальных уравнений (3),

для решения которой существует много хорошо разработанных методов. Можно, например, вычислить матрицу W , обратную матрице A

$$W = A^{-1},$$

и получить сглаженную поверхность g по формуле

$$g = Wf.$$

Этот алгоритм может успешно использоваться для сглаживания поверхностей небольших размеров. Под небольшими размерами предполагаются такие, при которых на решение системы нормальных уравнений тратится приемлемое время. Однако, при значительных размерах поверхностей время обращения матрицы W размером $m^2 * n^2$ может оказаться слишком большим.

Изучение структуры обратной матрицы позволило установить, что сложность вычисления матрицы W не зависит от размеров исходных поверхностей, а зависит только от величины коэффициента ρ .

Матрица W имеет следующую структуру:

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & \cdots & W_{1k} & \cdots & W_{1k} & \cdots & W_{13} & W_{12} & W_{11} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & \cdots & W_{2k} & \cdots & W_{2k} & \cdots & W_{23} & W_{22} & W_{21} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & \cdots & W_{3k} & \cdots & W_{3k} & \cdots & W_{33} & W_{32} & W_{31} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{k1} & W_{k2} & W_{k3} & \cdots & W_{kk} & \cdots & W_{kk} & \cdots & W_{k3} & W_{k2} & W_{k1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{k1} & W_{k2} & W_{k3} & \cdots & W_{kk} & \cdots & W_{kk} & \cdots & W_{k3} & W_{k2} & W_{k1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & \cdots & W_{3k} & \cdots & W_{3k} & \cdots & W_{33} & W_{32} & W_{31} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & \cdots & W_{2k} & \cdots & W_{2k} & \cdots & W_{23} & W_{22} & W_{21} \\ W_{11} & W_{12} & W_{13} & \cdots & W_{1k} & \cdots & W_{1k} & \cdots & W_{13} & W_{12} & W_{11} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

В этой формуле для выявления особенности структуры равные элементы снабжены одинаковыми индексами. Матрица W симметрична относительно главной диагонали. Ее правая часть симметрична относительно левой части, а верхняя часть симметрична относительно нижней части. Самой интересной особенностью матрицы является тот факт, что для матрицы любого размера все элементы равны друг другу кроме элементов, содержащихся в верхних k строках, нижних k строках, левых k столбцах и правых k столбцах. Поэтому, вместо вычисления матрицы W следует вычислить матрицу V

$$V = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & \cdots & W_{1k} & W_{1k} & \cdots & W_{13} & W_{12} & W_{11} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & \cdots & W_{2k} & W_{2k} & \cdots & W_{23} & W_{22} & W_{21} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & \cdots & W_{3k} & W_{3k} & \cdots & W_{33} & W_{32} & W_{31} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{k1} & W_{k2} & W_{k3} & \cdots & W_{kk} & W_{kk} & \cdots & W_{k3} & W_{k2} & W_{k1} \\ W_{k1} & W_{k2} & W_{k3} & \cdots & W_{kk} & W_{kk} & \cdots & W_{k3} & W_{k2} & W_{k1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & \cdots & W_{3k} & W_{3k} & \cdots & W_{33} & W_{32} & W_{31} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & \cdots & W_{2k} & W_{2k} & \cdots & W_{23} & W_{22} & W_{21} \\ W_{11} & W_{12} & W_{13} & \cdots & W_{1k} & W_{1k} & \cdots & W_{13} & W_{12} & W_{11} \end{bmatrix},$$

которая получается из матрицы W удалением лишних повторяющихся элементов.

Для вычисления матрицы W надо обратить матрицу размером $m^2 * n^2$, а для вычисления матрицы V надо обратить матрицу размером k^2 . Величина $m^2 * n^2$ существенно меньше величины k^2 .

Важно заметить, что величина k не зависит от размера исходной поверхности, а зависит только от величины коэффициента ρ .

ρ	200	100	10	1	0.1	0.01
k	3	3	4	6	7	8

После вычисления матрицы V , при необходимости, легко получить все элементы матрицы W .

Значение сглаженной поверхности для любого узла сетки вычисляется по формуле

$$g_l = W_l * f,$$

где - W_l строка обратной матрицы с номером l , f - вектор исходной поверхности, g_l - элемент сглаженной поверхности в форме одномерного массива.

Таким образом, значение сглаженной поверхности для узла с номером l представляет собой взвешенную сумму всех значений исходной поверхности. В качестве весов выступают элементы строки обратной матрицы.

Другими словами, для вычисления одного значения сглаженной поверхности надо все значения исходной поверхности умножить на соответствующие элементы строки обратной матрицы и сложить. К счастью, существенной трудоемкости вычислений можно избежать, так как большинство элементов строки обратной матрицы оказываются равными нулю. Матрица, составленная из ненулевых элементов строки обратной матрицы будет называться матрицей весов или весовой матрицей.

Свойства весовой матрицы проявляются более наглядно, если ее представить в двухмерной форме.

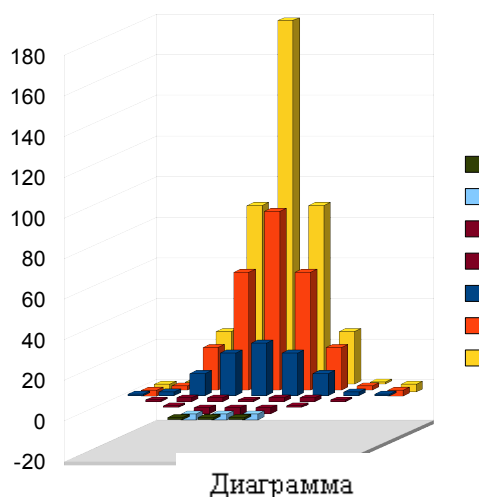
Например, в таблице 1 представлена весовая матрица для вычисления элемента сглаженной поверхности с индексами $i=7, j=7$ и коэффициентом сглаживания $\rho = 1$.

Таблица 1

0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	-0,002	-0,003	-0,003	-0,003	-0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,003	-0,004	-0,003	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,002	0,001	0,002	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
-0,001	-0,002	-0,001	0,002	0,011	0,021	0,026	0,021	0,011	0,002	-0,001	-0,002	-0,001
-0,001	-0,003	-0,003	0,002	0,021	0,058	0,088	0,058	0,021	0,002	-0,003	-0,003	-0,001
-0,001	-0,003	-0,004	0,001	0,026	0,088	0,177	0,088	0,026	0,001	-0,004	-0,003	-0,001
-0,001	-0,003	-0,003	0,002	0,021	0,058	0,088	0,058	0,021	0,002	-0,003	-0,003	-0,001
-0,001	-0,002	-0,001	0,002	0,011	0,021	0,026	0,021	0,011	0,002	-0,001	-0,002	-0,001
0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,002	0,001	0,002	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,003	-0,004	-0,003	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	-0,002	-0,003	-0,003	-0,003	-0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,000

Центральная часть матрицы представлена диаграммой.

Значения весов на диаграмме увеличены в 1000 раз.



Весовая матрица обладает следующими свойствами. Размер матрицы зависит от коэффициента ρ . Чем его величина меньше, тем количество значимых элементов матрицы больше. Значимыми считаются элементы больше 0.001 по абсолютной величине.

ρ	200	100	10	1	0.1	0.01
Размер матрицы	5*5	7*7	9*9	13*13	21*21	25*25

Каждому узлу сетки соответствует своя матрица весов. Элемент матрицы весов с индексами соответствующими узлу сетки — главный элемент. Как правило, он имеет максимальное значение. Значения остальных элементов зависит от их близости к главному. Абсолютные значения элементов уменьшается до нуля с удалением от главного элемента тем меньше, чем величина ρ больше. Для работы алгоритма кроме значений элементов матрицы надо знать индексы узла, который ей соответствует, индексы начального и конечного значимых элементов. Матрицы весов, соответствующие центральным узлам сетки, равны друг другу. Эти матрицы обладают центральной симметрией относительно главного элемента. Матрицы весов, соответствующие узлам, лежащим на левом и правом краях сетки, зеркально отображаются друг в друга. Матрицы весов, соответствующие узлам, лежащим на верхнем и нижнем краях сетки, также зеркально отображаются друг в друга.

Для вычислений весовых матриц не требуется ничего кроме знания коэффициента ρ . Поэтому весовые матрицы можно и, как правило, нужно вычислять заранее. В этом случае трудоемкость вычислений будет линейно зависеть от числа элементов исходной поверхности.

Очередной элемент сглаженной поверхности вычисляется следующим образом. По индексу очередного элемента выбирается матрица весов. По ее начальным и конечным индексам выбирается область элементов исходной поверхности. Значения элементов исходной поверхности умножаются на соответствующие веса и складываются. Очередной элемент сглаженной поверхности готов. Далее выбирается следующий элемент, и процедура сглаживания повторяется. Очень часто при обработке больших поверхностей не требуется большой точности обработки на краях поверхностей. В этом случае требуется одна единственная весовая матрица для обработки всей поверхности, и процесс обработки легко автоматизировать.

Существуют эвристические алгоритмы сглаживания функций по нескольким точкам. Как правило, для получения сглаженного значения в этих точках производят взвешенное суммирование функций. Весовая функция выбирается в соответствии с эвристической моделью авторов.

Аналогичная схема используется в предлагаемом алгоритме. В некоторой прямоугольной области сетки производится взвешенное суммирование значений исходной поверхности. Однако, вместо эвристической, используется весовая функция, которая обеспечит оптимальное сглаживание поверхностей по способу наименьших квадратов.

Матрицы весов для конкретной величины коэффициента ρ можно рассчитать заранее и сохранить. Например, в таблице 2 приведены начальные матрицы весов при $\rho=200$ для элементов с индексами от 1,1 до 3,3. По этим данным можно определить матрицу весов для любой пары индексов.

Таблица 2

99,033	0,953	-0,460	-0,013	0,953	0,018	-0,008	0,000	-0,460	-0,008	0,004	0,000
0,953	0,018	-0,008	0,000	97,146	0,918	-0,444	-0,013	1,865	0,035	-0,016	-0,001
-0,460	-0,008	0,004	0,000	1,865	0,035	-0,016	-0,001	96,705	0,910	-0,440	-0,013
-0,013	0,000	0,000	0,000	-0,434	-0,008	0,004	0,000	1,852	0,034	-0,016	-0,001

	-0,017 0,000 0,000 0,000	-0,432 -0,008 0,004 0,000 -0,017 0,000 0,000 0,000
0,953 0,018 -0,008 0,000 97,146 0,918 -0,444 -0,013 1,865 0,035 -0,016 -0,001 -0,434 -0,008 0,004 0,000 -0,017 0,000 0,000 0,000	0,018 0,918 0,035 -0,008 0,000 0,918 95,328 1,797 -0,418 -0,016 0,035 1,797 0,067 -0,015 -0,001 -0,008 -0,418 -0,015 0,003 0,000 0,000 -0,016 -0,001 0,000 0,000	-0,008 -0,444 -0,016 0,004 0,000 0,035 1,797 0,067 -0,015 -0,001 0,910 94,903 1,781 -0,415 -0,016 0,034 1,784 0,066 -0,015 -0,001 -0,008 -0,417 -0,015 0,003 0,000 0,000 -0,016 -0,001 0,000 0,000
-0,460 -0,008 0,004 0,000 1,865 0,035 -0,016 -0,001 96,705 0,910 -0,440 -0,013 1,852 0,034 -0,016 -0,001 -0,432 -0,008 0,004 0,000 -0,017 0,000 0,000 0,000	-0,008 -0,444 -0,016 0,004 0,000 0,035 1,797 0,067 -0,015 -0,001 0,910 94,903 1,781 -0,415 -0,016 0,034 1,784 0,066 -0,015 -0,001 -0,008 -0,417 -0,015 0,003 0,000 0,000 -0,016 -0,001 0,000 0,000	0,004 -0,016 -0,440 -0,016 0,004 0,000 -0,016 0,067 1,781 0,066 -0,015 -0,001 -0,440 1,781 94,482 1,769 -0,413 -0,016 -0,016 0,066 1,769 0,066 -0,015 -0,001 0,004 -0,015 -0,413 -0,015 0,003 0,000 0,000 -0,001 -0,016 -0,001 0,000 0,000

Приведенный в работе алгоритм использовался для решения различных практических задач. При этом получена ожидаемая эффективность сглаживания и сокращение времени решения. Возможности алгоритма демонстрируют примеры, приведенные на рисунках (Рис. 1 в начале статьи, Рис. 2, Рис. 3 и Рис. 4) .

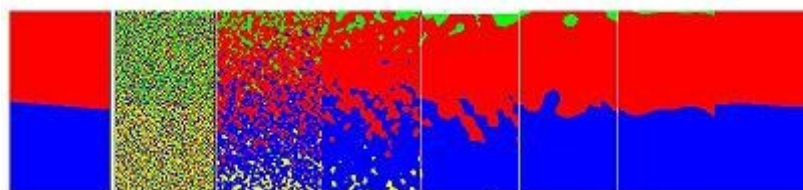


Рис. 2

Серия изображений (Рис. 2) демонстрирует работу алгоритма сглаживания. Исходная поверхность расположена в трехмерном пространстве. Пространство в вертикальном направлении разделено на области одинаковой толщины. Каждой области назначен свой цвет. По цвету на изображениях можно определить в какой области находится элемент поверхности. Исходной поверхностью выбрана плоскость. Она показана на левом изображении. В каждой точке к вертикальному значению плоскости прибавлена случайная величина, распределенная по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. Полученная поверхность показана на втором изображении. Следующие изображения, получены путем сглаживания этой плоскости с различными коэффициентами сглаживания величиной от 10 до 0.001.

Существует много хорошо работающих средств для редактирования изображений. Тем не менее интересно попробовать изложенный алгоритм, например, для коррекции телевизионного изображения. В эксперименте, телевизионные изображения, искаженные реальными помехами, фотографировались цифровой камерой. Снимки переводились в формат BMP. Каждая цветовая составляющая обрабатывалась алгоритмом сглаживания. Результаты эксперимента приведены на рисунках (рис 3 и рис 4). Как и ожидалось, при сглаживании происходит размытие элементов изображения. Чем меньше коэффициент, ρ тем больше размытие.

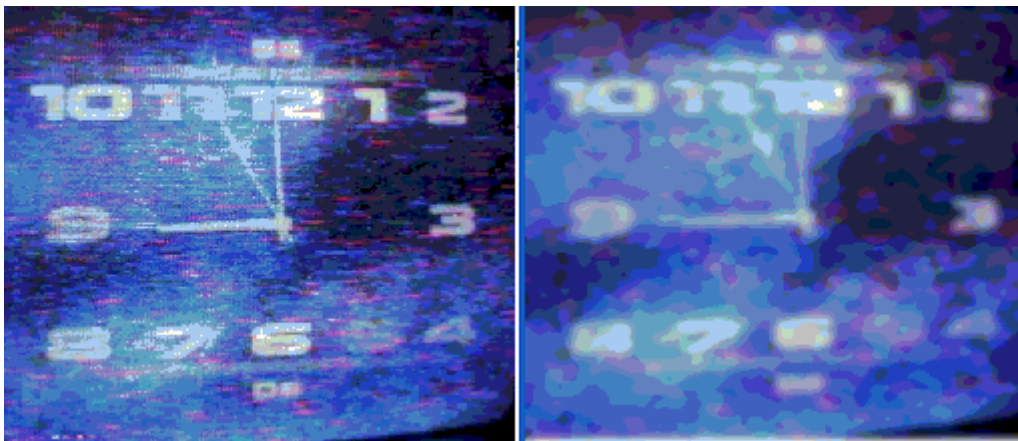


Рис. 3

Подбирая коэффициент ρ можно добиться некоторого улучшения качества изображения.

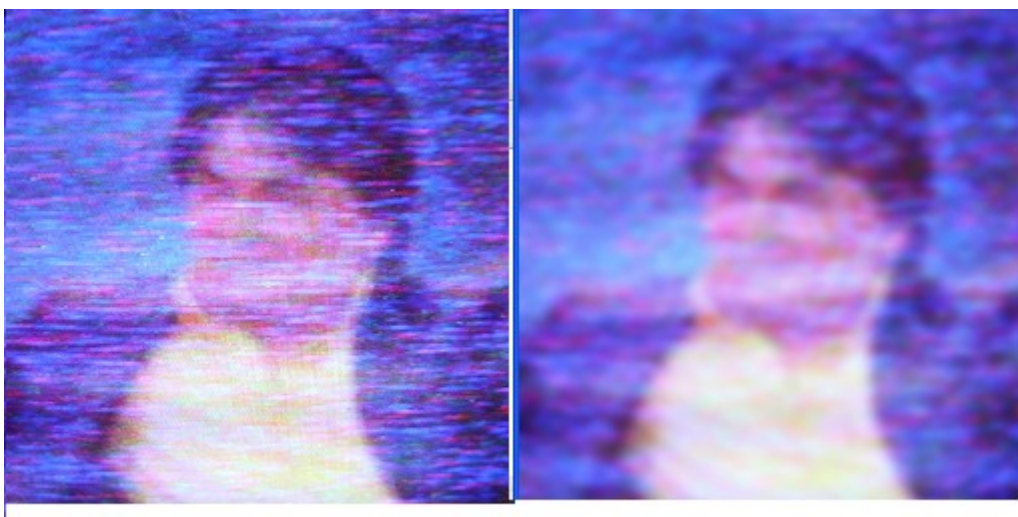


Рис. 4

- Решение задачи в два этапа позволяет:
- Заранее вычислить весовые матрицы.
 - Обработать поверхности больших площадей.
 - Скорость работы алгоритма сглаживания линейно зависит от площади обрабатываемой поверхности.

- Сократить количество информации, необходимой для хранения сглаженной поверхности.

Таблица 2

99,033 0,953 -0,460 -0,013 0,953 0,018 -0,008 0,000 -0,460 -0,008 0,004 0,000 -0,013 0,000 0,000 0,000	0,953 0,018 -0,008 0,000 97,146 0,918 -0,444 -0,013 1,865 0,035 -0,016 -0,001 -0,434 -0,008 0,004 0,000 -0,017 0,000 0,000 0,000	-0,460 -0,008 0,004 0,000 1,865 0,035 -0,016 -0,001 96,705 0,910 -0,440 -0,013 1,852 0,034 -0,016 -0,001 -0,432 -0,008 0,004 0,000 -0,017 0,000 0,000 0,000
0,953 0,018 -0,008 0,000 97,146 0,918 -0,444 -0,013 1,865 0,035 -0,016 -0,001 -0,434 -0,008 0,004 0,000 -0,017 0,000 0,000 0,000	0,018 0,918 0,035 -0,008 0,000 0,918 95,328 1,797 -0,418 -0,016 0,035 1,797 0,067 -0,015 -0,001 -0,008 -0,418 -0,015 0,003 0,000 0,000 -0,016 -0,001 0,000 0,000	-0,008 -0,444 -0,016 0,004 0,000 0,035 1,797 0,067 -0,015 -0,001 0,910 94,903 1,781 -0,415 -0,016 0,034 1,784 0,066 -0,015 -0,001 -0,008 -0,417 -0,015 0,003 0,000 0,000 -0,016 -0,001 0,000 0,000
-0,460 -0,008 0,004 0,000 1,865 0,035 -0,016 -0,001 96,705 0,910 -0,440 -0,013 1,852 0,034 -0,016 -0,001 -0,432 -0,008 0,004 0,000 -0,017 0,000 0,000 0,000	-0,008 -0,444 -0,016 0,004 0,000 0,035 1,797 0,067 -0,015 -0,001 0,910 94,903 1,781 -0,415 -0,016 0,034 1,784 0,066 -0,015 -0,001 -0,008 -0,417 -0,015 0,003 0,000 0,000 -0,016 -0,001 0,000 0,000	0,004 -0,016 -0,440 -0,016 0,004 0,000 -0,016 0,067 1,781 0,066 -0,015 -0,001 -0,440 1,781 94,482 1,769 -0,413 -0,016 -0,016 0,066 1,769 0,066 -0,015 -0,001 0,004 -0,015 -0,413 -0,015 0,003 0,000 0,000 -0,001 -0,016 -0,001 0,000 0,000

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Библиотека алгоритмов 151б - 2006: Справочное пособие / Под ред. Агеева М. И. - М., 1981. - С. 97-99.
 2. Шешен П. и др. Математика и САПР : В 2-х кн.-М., 1988. - Кн. 1. - С. 29-51.
- Глухов Г.Н. Алгоритм цифрового сглаживания. Научно — технический и рекламно — коммерческий периодический журнал ФГУП ННИПИ «Кварц» Нижний Новгород. 2004. - С.43-46.